

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში
2023-24 სასწავლო წელი
II ტური X კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ თუ a და b ნამდვილი რიცხვებია და $a+b \geq 2$, მაშინ $a^4+b^4 \geq 2$.
შეიძლება თუ არა დავამტკიცოთ, რომ ამ დროს ყოველთვის $a^4+b^4 > 2$?

ამოცანა 2

5 ქულა

წრეწირზე, რომლის რადიუსი 1-ის ტოლია, განლაგებულია n წერტილი. დაამტკიცეთ, რომ ამ წრეწირზე არსებობს წერტილი, რომლიდანაც ამ წერტილებამდე მანძილების ჯამი მეტია n -ზე.

ამოცანა 3

5 ქულა

$P_n(x)$ მრავალწევრების მიმდევრობა მოცემულია ფორმულით:

$$P_1(x) = x + 5, P_{n+1}(x) = P_n^2(x) - 4P_n(x) + 6, n = 1, 2, \dots$$

ამოხსენით განტოლება $P_{2023}(x) = P_1(x)$.

ამოცანა 4

5 ქულა

ორი პარალელური წრფიდან პირველზე მოთავსებულია m წერტილი, ხოლო მეორეზე n წერტილი. ამ წერტილებიდან პირველ წრფეზე მოთავსებული ყოველი წერტილი მონაკვეთით შეერთებულია მეორე წრფეზე მოთავსებულ ყველა წერტილთან. იპოვეთ ამ მონაკვეთების გადაკვეთების წერტილთა რაოდენობა, თუ ამ მონაკვეთებიდან ორზე მეტი არ იკვეთება ერთ წერტილში (ორი მონაკვეთის გადაკვეთის წერტილი ეწოდება ამ მონაკვეთების საერთო შიდა წერტილს).

ამოცანა 5

5 ქულა

მცირე წრეწირი დიდ წრეწირს შიგნიდან ეხება A წერტილში. მცირე წრეწირის B წერტილზე გავლებულია მხები, რომელიც დიდ წრეწირს C და D წერტილებში კვეთს (იხილე სურათი). დაამტკიცეთ, რომ $\angle BAC = \angle BAD$.

